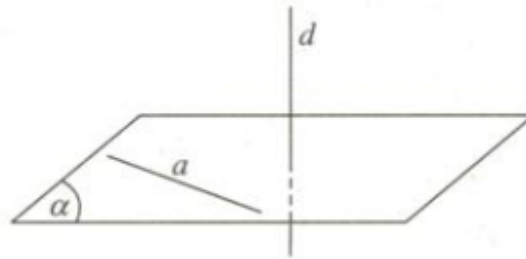


ÔN TẬP KIẾN THỨC HÌNH HỌC LỚP 11C2

I. Lý thuyết

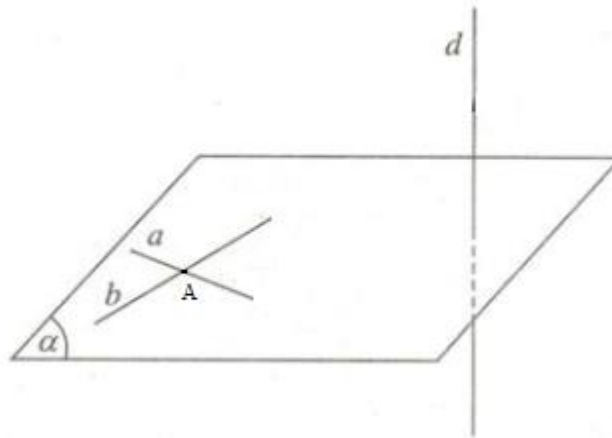
1. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng

Định nghĩa: Đường thẳng d được gọi là vuông góc với mặt phẳng (α) nếu d vuông góc với mọi đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) .



$$d \perp (\alpha) \Leftrightarrow \forall a \subset (\alpha): d \perp a$$

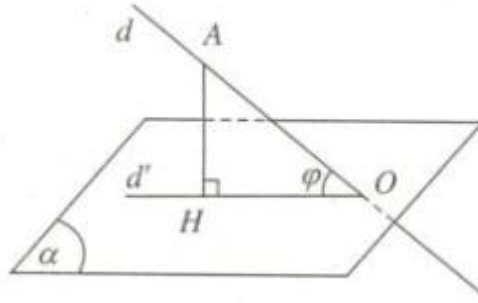
Định lý: Nếu một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau cùng thuộc một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng ấy.



$$\begin{cases} a \subset (\alpha) \\ b \subset (\alpha) \\ d \perp a \\ d \perp b \\ a \cap b = A \end{cases} \Rightarrow d \perp (\alpha)$$

2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

Định nghĩa: Cho đường thẳng d và mặt phẳng (α) . Nếu d vuông góc với (α) thì ta nói rằng góc giữa d và (α) là 90° . Nếu d không vuông góc với (α) thì góc giữa d và hình chiếu d' của nó trên (α) gọi là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (α) .



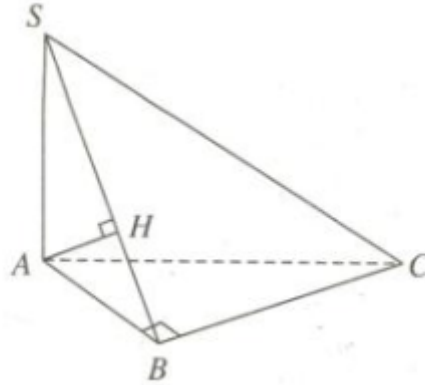
3. Ví dụ

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

a. Chứng minh $BC \perp (SAB)$

b. Gọi AH là đường cao của tam giác SAB . Chứng minh $AH \perp SC$.

c. Cho $SA = a\sqrt{3}$; $AB = a$. Tính góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) .



Bài làm

a. Ta có:

$$\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ BC \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow SA \perp BC.$$

$$\begin{cases} AB \subset (SAB) \\ SA \subset (SAB) \\ BC \perp AB (gt) \\ BC \perp SA (cmt) \\ AB \cap SA = A \end{cases}$$

$$\Rightarrow BC \perp (SAB) (\text{đpcm})$$

b. Ta có

$$\begin{cases} BC \perp (SAB) \\ AH \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow BC \perp AH.$$

$$\begin{cases} SB \subset (SBC) \\ BC \subset (SBC) \\ AH \perp SB (gt) \\ AH \perp BC (cmt) \\ SB \cap BC = B \end{cases}$$

$$\Rightarrow AH \perp (SBC) \text{ mà } SC \subset (SBC) \text{ nên } AH \perp SC (\text{đpcm}).$$

c. Ta có:
$$\begin{cases} SB \subset (SBC) \\ SC \subset (SBC) \\ AH \perp SB (gt) \\ AH \perp SC (cmt) \\ SB \cap SC = S \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$$

Suy ra hình chiếu của đường thẳng SA lên mặt phẳng (SBC) là đường thẳng SH . Vậy góc giữa SA và (SBC) là góc \widehat{ASH} .

Ta có:

$$\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ AB \subset (ABC) \end{cases} \Rightarrow SA \perp AB.$$

Xét $\triangle SAB$ vuông tại A:

$$\tan \widehat{ASH} = \tan \widehat{ASB} = \frac{AB}{SA} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{ASH} = 30^\circ$$

Vậy góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng 30° .

II. Bài tập

Bài 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy (ABC) , tam giác ABC vuông cân tại B . Gọi G là trọng tâm của tam giác SAC và N là điểm thuộc cạnh SB sao cho $SN=2NB$. Chứng minh:

a. $BC \perp (SAB)$.

b. $NG \perp (SAC)$.

Bài 2: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB \perp CD$ và $AC \perp BD$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A xuống mặt phẳng (BCD) . Chứng minh rằng H là trực tâm của tam giác BCD và $AD \perp BC$.

Bài 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , biết $SB \perp (ABC)$, $SB=AB$. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của SA, AB, BC . Chứng minh rằng:

a. $AC \perp (SAB)$

b. $BH \perp (SAC)$.

c. $KI \perp SA$.

d. $AB \perp IH$

Bài 4: Cho tứ diện $ABCD$ có $DA \perp (ABC)$, ABC là tam giác cân tại A . Gọi M là trung điểm BC . Vẽ $AH \perp MD$ tại H .

a. Chứng minh $AH \perp (BCD)$.

b. Gọi G, K lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và DBC . Chứng minh $GK \perp (ABC)$.

Bài 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . $SA \perp (ABCD)$. Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC, SD .

a. Chứng minh rằng: $BC \perp (SAB)$, $CD \perp (SAD)$, $BD \perp (SAC)$.

b. Chứng minh rằng AH, AK cùng vuông góc với SC . Từ đó suy ra ba đường thẳng AH, AI, AK cùng nằm trong một mặt phẳng.

c. Chứng minh rằng $HK \perp (SAC)$. Từ đó suy ra $HK \perp AI$.

Bài 6: Cho tứ diện $O.ABC$ có 3 cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Kẻ OH vuông góc với mặt (ABC) tại H . Chứng minh:

- a. $OA \perp BC, OB \perp CA, OC \perp AB$
- b. H là trực tâm tam giác ABC .

Bài 7: Cho tứ diện $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC) . Gọi H, K lần lượt là trực tâm của tam giác ABC và SBC . Chứng minh rằng:

- a. AH, SK, BC đồng quy.
- b. $SC \perp (BHK)$.
- c. $HK \perp (SBC)$.

Bài 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . SAB là tam giác đều và $SC = a\sqrt{2}$. Gọi H, K là trung điểm của AB, AD .

- a. Chứng minh $SH \perp (ABCD)$.
- b. Chứng minh $AC \perp SK$ và $CK \perp SD$

Bài 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và $B, AD = 2BC, AB = BC = a$. Biết đường thẳng SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng sau:

- a. SC và (SAD) .
- b. SD và (SAC) .
- c. SB và (SAC) .
- d. AC và (SCD) .

Bài 10: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$. $AB = 2a, SA = 2a\sqrt{2}$.

- a. Tính góc giữa SA và $(ABCD)$.
- b. Chứng minh $SB \perp AC$.