

ĐỀ CHÍNH THỨC

Ngày thi: 12 tháng 6 năm 2016

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu 1. (2 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$

b) $4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$

c) $\begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$

d) $x(x+3) = 15 - (3x-1)$

Câu 2. (1,5 điểm)

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = -\frac{x^2}{4}$ và đường thẳng (D): $y = \frac{x}{2} - 2$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

b) Tìm tọa độ các giao điểm của (P) và (D) ở câu trên bằng phép tính.

Câu 3. (1,5 điểm)

a) Thu gọn biểu thức sau: $A = \frac{2 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}} + \frac{2 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}$

b) Ông Sáu gửi một số tiền vào ngân hàng theo mức lãi suất tiết kiệm với kỳ hạn 1 năm là 6%. Tuy nhiên sau thời hạn một năm ông Sáu không đến nhận tiền lãi mà để thêm một năm nữa mới lãnh. Khi đó số tiền lãi có được sau năm đầu tiên sẽ được ngân hàng cộng dồn vào số tiền gửi ban đầu để thành số tiền gửi cho năm kế tiếp với mức lãi suất cũ. Sau 2 năm ông Sáu nhận được số tiền là 112.360.000 đồng (kể cả gốc lẫn lãi). Hỏi ban đầu ông Sáu đã gửi bao nhiêu tiền?

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ (1) (x là ẩn số)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị m .

b) Định m để hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình (1) thỏa mãn:

$$(1 + x_1)(2 - x_2) + (1 + x_2)(2 - x_1) = x_1^2 + x_2^2 + 2$$

Câu 5. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn. Đường tròn tâm O đường kính BC cắt các cạnh AC, AB lần lượt tại D, E . Gọi H là giao điểm của BD và CE ; F là giao điểm của AH và BC .

a) Chứng minh: $AF \perp BC$ và $\widehat{AFD} = \widehat{ACE}$.

b) Gọi M là trung điểm của AH . Chứng minh: $MD \perp OD$ và 5 điểm M, D, O, F, E cùng thuộc một đường tròn.

c) Gọi K là giao điểm của AH và DE . Chứng minh $MD^2 = MK \cdot MF$ và K là trực tâm của tam giác MBC .

d) Chứng minh: $\frac{2}{FK} = \frac{1}{FH} + \frac{1}{FA}$

HẾT.

ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO LỚP 10 MÔN TOÁN

Câu 1.(2,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình:

a) $x^2 - 2\sqrt{5}x - 5 = 0$

Ta có: $x^2 - 2\sqrt{5}x - 5 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{5})^2 = 0 \Leftrightarrow x - \sqrt{5} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{5}$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $S = \{\sqrt{5}\}$

b) $4x^2 - 5x^2 - 9 = 0$

Đặt $x^2 = t$ ($t \geq 0$)

Khi đó phương trình trở thành: $4t^2 - 5t - 9 = 0$ (*)

Ta có: $a \cdot b + c = 4 \cdot (-5) - 9 = 0$

Nên ta có phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt là: $t = -1$ (loại) và $t = \frac{9}{4}$ (thỏa mãn điều kiện)

Với $t = \frac{9}{4}$ ta có: $x^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{3}{2}$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm là: $S = \{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\}$

c) $\begin{cases} 2x + 5y = -1 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 15y = -3 \\ 6x - 4y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 19y = -19 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ 3x - 2 \cdot (-1) = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; -1)$.

d)

$$x(x + 3) = 15 - (3x - 1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x = 15 - 3x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$\Delta' = 9 - 16 = -25 < 0$$

Khi đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt là: $x = -8$; $x = 2$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{-8; 2\}$

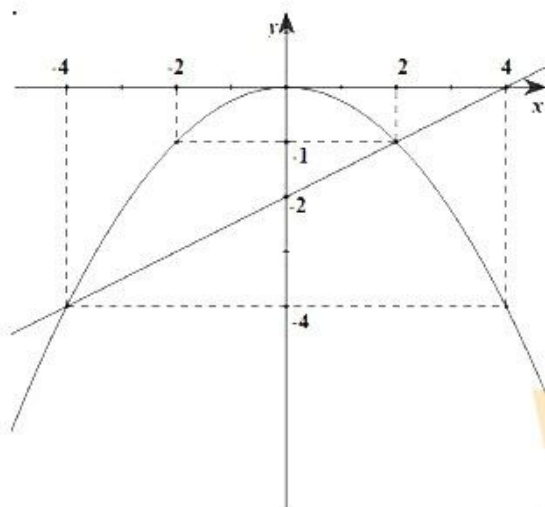
Câu 2.(1,5 điểm).

a) Vẽ đồ thị hai hàm số.

Bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
$y = -\frac{x^2}{4}$	-4	-1	0	-1	-4
$y = \frac{x}{2} - 2$			-2		0

Đồ thị



b) Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) bằng phép tính

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P)

$$\frac{-x^2}{4} = \frac{x}{2} - 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Delta' = 9$$

Phương trình trên có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = 2$; $x_2 = -4$

Với $x_1 = 2$ ta có $y_1 = -1$, A(2; -1)

Với $x_2 = -4$ ta có $y_2 = -4$, B(-4; -4)

Vậy (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A(2; -1) ; B(-4; -4)

Câu 3 (1,5 điểm)

$$\begin{aligned}
 \text{a) } A &= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{4+2\sqrt{3}}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{4-2\sqrt{3}}} = \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3+2\sqrt{3}\cdot 1+1}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3-2\sqrt{3}\cdot 1+1}} = \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}} \\
 &= \frac{2-\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}+1} + \frac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}+1} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \frac{(4-4\sqrt{3}+3) + (4+4\sqrt{3}+3)}{4-3} = \frac{14}{1} = 14
 \end{aligned}$$

b) Gọi số tiền ông Sáu gửi ban đầu là x(đồng, $x > 0$).

Theo đề bài ta có:

Số tiền lãi sau 1 năm ông Sáu nhận được là: $0,06x$ (đồng).

Số tiền có được sau 1 năm của ông Sáu là: $x + 0,06x = 1,06x$ (đồng).

Số tiền lãi năm thứ 2 ông Sáu nhận được là: $1,06x \cdot 0,06 = 0,0636x$ (đồng).

Do vậy số tiền tổng cộng sau 2 năm ông Sáu nhận được là: $1,06x + 0,0636x = 1,1236x$ (đồng).

Mặt khác: $1,1236x = 112360000$ nên $x = 100000000$ (đồng) hay 10 triệu đồng.

Vậy ban đầu ông Sáu đã gửi 10 triệu đồng.

Câu 4 (1,5 điểm)

a) Ta có: $\Delta = (-2m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m-2) = 4m^2 - 4m + 8 = (4m^2 - 4m + 1) + 7 = (2m-1)^2 + 7 \geq 7 > 0 \forall x$ do đó (1) luôn có 2 nghiệm với mọi m.

b) Theo định lý Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-(-2m)}{1} = 2m \\ x_1 x_2 = m-2 \end{cases}$$

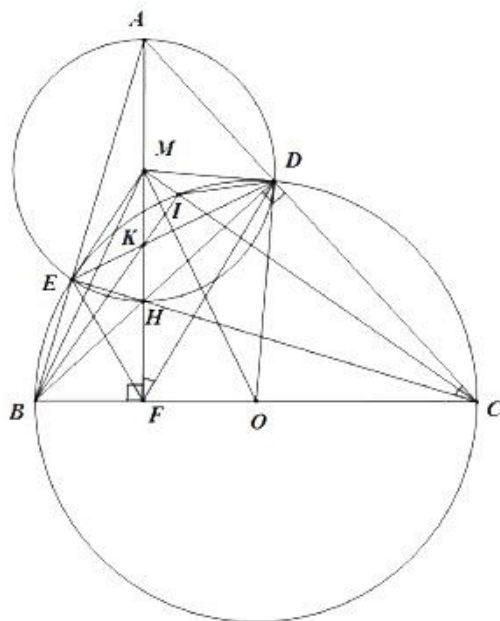
$$\begin{aligned}
 \text{Ta có: } (1+x_1)(2-x_2) + (1+x_2)(2-x_1) &= 2+2x_1-x_2-x_1x_2+2+2x_2-x_1-x_1x_2 = 4+x_1+x_2-2x_1x_2 \\
 &= 4+2m-2(m-2) = 8
 \end{aligned}$$

$$\text{Và: } x_1^2 + x_2^2 + 2 - (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2 - (2m)^2 - 2(m-2) + 2 - 4m^2 - 2m + 6$$

$$\text{Do vậy: } 4m^2 - 2m + 6 = 8 \Leftrightarrow 2m^2 - m - 1 = 0 \Leftrightarrow (m-1)(2m+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy giá trị của m thỏa mãn là: $m = 1$; $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 5 (3,5 điểm)



a) Ta có góc BEC = góc BDC = 90° (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)
Suy ra BD $\perp$ AC và CE $\perp$ AB. Mà BD cắt CE tại H nên H là trực tâm Δ ABC.

Suy ra $AH \perp BC$

Vì $AH \perp BC$, $BD \perp AC$ nên góc $HFC = \text{góc } HDC = 90^\circ$

Suy ra góc HFC + góc HDC = 180°

Suy ra HFCD là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \text{góc HFD} = \text{góc HCD}$$

b) Vì M là trung điểm cạnh huyền của tam giác vuông ADH nên $MD = MA = MH$

Tương tự ta có $ME = MA = MH$

Suy ra $MD = ME$

Mà OD = OE nên $\Delta OEM = \Delta ODM$ (c.c.c) $\Rightarrow$ góc MOE = góc MOD = $\frac{1}{2}$ góc EOD (1)

Theo quan hệ giữa góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung, ta có góc $ECD = \frac{1}{2}$ góc EOD (2)

Theo ý a) ta có góc $HFD =$ góc $HCD =$ góc ECD (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow$ góc $MOD =$ góc HFD hay góc $MOD =$ góc MFD

Suy ra tứ giác $MFOD$ là tứ giác nội tiếp (4)

$\Rightarrow$ góc $MDO = 180^\circ -$ góc $MFO = 90^\circ \Rightarrow MD \perp DO$

Chứng minh tương tự ta có $MEFO$ là tứ giác nội tiếp (5)

Từ (4) và (5) suy ra 5 điểm M, E, F, O, D cùng thuộc 1 đường tròn.

c) Gọi I là giao điểm thứ hai của MC với đường tròn (O)

Ta có góc $MDE =$ góc DCE (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, cùng chắn cung DE) hay góc $MDK =$ góc HCD

Mà góc $HCD =$ góc HFD (cmt) $\Rightarrow$ góc $MDK =$ góc HFD hay góc $MDK =$ góc MFD

$$\Rightarrow \triangle MDK \sim \triangle MFD (g.g) \Rightarrow \frac{MD}{MF} = \frac{MK}{MD} \Rightarrow MD^2 = MK.MF$$

Ta có góc $MDI =$ góc MCD (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung, cùng chắn cung DI)

$$\Rightarrow \triangle MDI \sim \triangle MCD (g.g) \Rightarrow \frac{MD}{MC} = \frac{MI}{MD} \Rightarrow MD^2 = MI.MC$$

$$\Rightarrow MI.MC = MK.MF = MD^2 \Rightarrow \frac{MI}{MF} = \frac{MK}{MC}$$

$$\text{Xét } \triangle MKI \text{ và } \triangle MCF \text{ có } \begin{cases} \text{chung } KMI \\ \frac{MI}{MF} = \frac{MK}{MC} \end{cases} \Rightarrow \triangle MKI \sim \triangle MCF (c.g.c)$$

$\Rightarrow$ góc $MIK =$ góc $MFC = 90^\circ \Rightarrow KI \perp MC$

Mà góc $BIC = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $BI \perp MC$

Suy ra B, K, I thẳng hàng $\Rightarrow BK \perp MC$

Mà $MK \perp BC$ nên K là trực tâm $\triangle MBC$.

d) Vì $MA = MH$ nên

$$FA.FH - (FM + MA)(FM - MH) = (FM + MA)(FM - MA) = FM^2 - MA^2$$

$$\text{Vì } MD^2 = MK.MF \text{ (cmt) nên } FK.FM = (FM - MK).FM = FM^2 - MK.MF = FM^2 - MD^2$$

Mà $MD = MA \Rightarrow FA.FH = FK.FM$

$$\Rightarrow \frac{2}{FK} = \frac{2FM}{FA.FH} = \frac{(FM + MA) + (FM - MH)}{FA.FH} = \frac{FA + FH}{FA.FH} = \frac{1}{FA} + \frac{1}{FH} \text{ (dpcm)}$$